Proceedings of IAM, V.6, N.1, 2017, pp.3-15

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ НА РАЗНЫХ УЧАСТКАХ ТРУБОПРОВОДА ПРИ ДОБЫЧЕ НЕФТИ*

Фикрет А. Алиев[1,2], Н.А.Исмаилов[1,2], А.А. Намазов[1], И.А. Магаррамов[1]

[1]Институт Прикладной Математики, БГУ, Баку, Азербайджан
[2]Институт Информационных Технологий, Баку, Азербайджан
e-mail: f_aliev@yahoo.com, inao212@rambler.ru, atif.namazov@gmail.com

Резюме. Рассматривается плоская математическая модель газлифта (усредненной по времени). С помощью малого параметра (за малый параметр принимается обратное значение глубины скважины) в первом приближении строится аналитическое выражение в конце подъемника для газожидкостной смеси, т.е. дебита, где предполагается, что на разных участках подъемника коэффициент гидравлического сопротивления (КГС) имеет разные значения.

На основе статистических данных, взятых из истории скважины, приводятся асимптотические формулы для вычисления КГС на каждом участке подъемника и результаты иллюстрируются на примере, где длина подъемника разделена на две разные части. Полученные результаты совпадают с известными результатами с точностью 10^{-1}.

Ключевые слова: газлифт, длина подъемника, метод наименьших квадратов, коэффициент гидравлического сопротивления, малый параметр, асимптотический метод, КГС.

AMS Subject Classification: 49J15, 49J35.

1. Введение

Рассмотрим следующее обыкновенное нелинейное дифференциальное уравнение

$$\dot{Q} = \frac{2a\rho F Q^2}{c^2\rho^2 F^2 \mu - Q^2}, \quad Q(0) = Q_0 , \tag{1}$$

являющееся усредненным по времени уравнением гиперболических систем, описывающих движение на подъемнике газожидкостной смеси [9,11,5]. Здесь c - скорость звука в газе и в ГЖС; $2a = \frac{g}{\omega_c} + \frac{\lambda\omega_c}{2D}$; g , λ - гидравлическое сопротивление в газа и в газо-жидкостной смеси (ГЖС); ω_c - усредненная по сечению скорость движения смеси и газа в кольцевом пространстве и в подъемнике соответственно, D – внутренние эффективные диаметры

* Работа была представлена на семинаре Института Прикладной Математики 11.04.2017

подъемника и кольцевого пространства $\rho\omega_c = \frac{Q}{F}$, $Q = \rho\omega_c F$ - массовый расход закачиваемого газа в кольцевом пространстве и ГЖС в подъемнике, Q– объем газа и ГЖС, F-площадь поперечного сечения насосно-компрессорных труб, являющаяся постоянной по осям.

Как известно, в работах [1,3,5,6] разработаны разные алгоритмы построения оптимальных программных движений, их стабилизации, определены параметры образования ГЖС на башмаке скважины и среднее значение КГС [7] на подъемнике и т.д. Отметим, что в [3, 6, 9-15] построение вышеприведенных алгоритмов зависит от коэффициента КГС. Действительно, без контроля КГС невозможно обеспечить оптимальность построенных режимов и их стабилизацию. Фактически, если считать значения КГС по всей длине скважины постоянной, то это ослабляет решение полученных результатов, и требуется усилить постановку этих задач. Поэтому, в работах [2, 17] приведены общие алгоритмы определения КГС на разных участках скважины (длина скважины разделена на m частей), используя методы наименьших квадратов [13,14] с использованием статистических данных из истории скважины [8]. Однако, реализация этого алгоритма затруднена из-за вычисления градиента соответствующего функционала для нахождение КГС на каждом участке. Как известно [6], вычисление среднего значения КГС по всей длине скважины с помощью асимптотических методов позволяет получить аналитическое выражение для его вычислений в первом приближении по малому параметру μ.

В настоящей работе, используя результаты [1,5], приводится асимптотический метод определения КГС на каждом участке подъемнике, скважины, разделенной на m частей. Далее, принимая разделение подъемника на две части, получены простые аналитические формулы для определения КГС на обоих участках. Проведенный эксперимент показывает, что полученные результаты отличаются от результатов в [6,15] на 10^{-1}.

Отметим, что здесь главная матрица линейных систем уравнений вырожденная. Поэтому в функционал, полученный суммой квадратов отклонений (т.е. разность статистики и решения) добавляется штраф, который обеспечивает невырожденность главной матрицы.

Постановка задачи.

Пусть длина l подъемника скважины газлифта разделена на m-частей $[l_i, l_{i+1}]$, $i = 1,2,\ldots,m-1$ и движение ГЖС на каждом интервале $[l_i, l_{i+1}]$ описывается следующей системой обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений

$$\dot{Q} = \frac{2a_i \rho F Q^2}{c^2 \rho^2 F^2 \mu - Q^2}, \quad Q(l+0) = Q_l \,, \tag{2}$$

где $[l_i, l_{i+1}]$, $i = 1,2,\dots,m-1$, $a_i = \frac{g}{w_c} + \frac{\lambda_i w_c}{2D}$, λ_i КГС на каждом участке $[l_i, l_{i+1}]$, остальные параметры, входящие в (2), те же, что и в (1).

Пусть имеются k значений начальных данных (т.е. измеряемые при наблюдении над объектом параметры модели)

$$Q^j(l+0) = \tilde{Q}_l^j, \; j = \overline{1,k} \,. \tag{3}$$

Задача: Требуется найти такие значения КГС $\lambda_i (i = 1,\dots,m)$ на каждом участке $[l_i, l_{i+1}]$, чтобы в конце подъемника $x = 2l$ разница решения уравнения (2) $Q(2l) = Q_{2l}$ и заданного конечного значения, соответствующего (3), была минимальной.

$$Q_{2l}^j \; (j = \overline{1,k}) \,. \tag{4}$$

Из- за непрерывности движений ГЖС можно принимать

$$Q(l_{i+1} + 0) = Q(l_{i+1} - 0) \,, \tag{5}$$

т.е. начало $i+1$ интервала $Q(l_{i+1} + 0)$ совпадает с концом i-го интервала $l_{i+1} - 0$. Эти серии значений могут задаваться из практики, например, выражения (3), (4) являются серией статистических данных при добыче нефти газлифтным способом [9,10,17]. Для решения задачи идентификации (2)-(4), как в работах [2,4,16] , используем метод наименьших квадратов [13,14] и следующий квадратичный функционал

$$J = \sum_{j=1}^{k} \left(Q^j(2l) - \tilde{Q}_{2l}^j \right)^2 + \alpha (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_m^2) \,, \tag{6}$$

где $\tilde{Q}_{2l}^j$- заданные статистические данные [8,10], соответствующие начальным данным (3), $Q^j(2l)$ -является решением уравнения (2) при начальных данных (3). Таким образом, вышеупомянутую задачу можно свести к решению следующей задачи минимизации (идентификации): найти такие значения a_i из [2] так чтобы после решений уравнений (2) с начальным условиям (3) функционал (6) получил минимальное значение.

Из - за трудности для нахождения решения [6] задачи (2)-(6) в общем виде попытаемся использовать малый параметр μ из (2) и получить ее решение в асимптотическом виде $O(\varepsilon)$ порядка.

Асимптотические представления решения задачи (2)-(4) $O(\varepsilon)$ порядка

Сначала находим решение уравнение (2) в первом приближении на каждом интервале $[l_i, l_{i+1}]$. Действительно, в близкой окрестности малого параметра $\mu = 0$, легко находим, что решение уравнении (2) с порядком $O(\varepsilon)$ представляется в следующем виде [2,5,6]

$$Q(x,\mu) = \left(Q_{li}^{j} - 2a\rho Fx\right) + \frac{2a_i c^2 \rho^2 F^3}{2a_i \rho Fx Q_{li} - Q_{li}^2}\,\mu\,. \qquad (7)$$

Теперь из (7) в первом приближении надо вычислить $Q^j(2l)$, и учитывая это значение в (6), можно вычислить градиент функционала (6). Приравнивая нулю градиент функционала (6) , теперь вычислим a_i из интервалах $[l_i, l_{i+1}]$. Затем в точке l_1 для $Q(l_1)$ из (7) получим

$$Q(l_1) = \left(Q_l - 2a_1\rho Fl_1\right) + \frac{2a_1 c^2 \rho^2 F^3}{2a_1 \rho Fl_1 Q_l - Q_l^2}\,, \qquad (8)$$

В точке $x = l_2$ из (7) для $Q(l_2)$ имеем следующее выражение

$$Q(l_2) = \left(Q_l - 2a_2\rho Fl_2\right) + \frac{2a_2 c^2 \rho^2 F^3}{2a_2 \rho Fl_1 Q(l_1) - Q^2(l_1)}\,\mu\,. \qquad (9)$$

Теперь, подставляя из (8) $Q(l_1)$ в (9), после некоторых преобразований можем получить $Q(l_2)$ через начальные данные Q_l в следующем виде

$$Q(l_2) = \left(Q_l - 2a_2\rho Fl_1 - 2a_2\rho Fl_2\right) + \\ + \left(\frac{2a_1 c^2\rho^2 F^3}{2a_1\rho Fl_1 Q_l - Q_l^2} + \frac{2a_2 c^2\rho^2 F^3}{2a_2\rho Fl_2 (Q_l - 2a_1\rho Fl_1) - (Q_0 - 2a_1\rho Fl_1)^2}\,\mu\right). \qquad (10)$$

Используя метод математической индукции, аналогично (8)-(10), легко докажем, что для $Q(l_m) = Q(2l)$ в первом приближении по малому параметру μ имеем:

$$Q(2l) = \left(Q_l - 2a_1\rho Fl_1 - 2a_2\rho Fl_2 - \ldots - 2a_m\rho Fl_m\right) + \\ + \left(\frac{2a_1 c^2\rho^2 F^3}{2a_1\rho Fl_1 Q_l - Q_l^2} + \frac{2a_2 c^2\rho^2 F^3}{2a_2\rho Fl_2 (Q_l - 2a_1\rho Fl_1) - (Q_l - 2a_1\rho Fl_1)^2} + \right. \\ + \frac{2a_3 c^2\rho^2 F^3}{2a_3\rho Fl_3 (Q_l - 2a_1\rho Fl_1 - 2a_2\rho Fl_2) - (Q_l - 2a_1\rho Fl_1 - 2a_2\rho Fl_2)^2} + \ldots + \\ \left. + \frac{2a_m c^2\rho^2 F^3}{2a_m\rho Fl_m (Q_l - 2a_1\rho Fl_1 - 2a_2\rho Fl_2 - \ldots - 2a_{m-1}\rho Fl_{m-1}) - (Q_0 - 2a_1\rho Fl_1 - \ldots - 2a_{m-1}\rho Fl_{m-1})^2}\right)\mu \qquad (11)$$

Здесь, учитывая подстановку асимптотического представления (11) для $Q^j(2l)$ в (6), для функционала J получим более компактное выражение

$$J=\sum_{j=1}^{k}\left(Q_0^j-Q_{2l}^j-2\sum_{i=1}^{m}a_i\rho Fl_i+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{2a_1c^2\rho^2F^3}{2a_1\rho Fl_1Q_0^j-Q_0^{j^2}}+\sum_{i=2}^{m-1}\frac{2a_2c^2\rho^2F^3}{2a_i\rho Fl_i\left(Q_0^j-2\sum_{k=1}^{m-1}a_i\rho Fl_i\right)-\left(Q_0^j-2\sum_{i=1}^{m-1}a_i\rho Fl_i\right)^2}\right)\mu\right)^2+\alpha\sum_{i=1}^{m}a_i^2 \qquad (12)$$

Раскрывая квадрат скобки под суммой в (12) и отбрасывая члены с μ^2, для функционала J получим следующее асимптотическое выражение в первом приближении по малому параметру μ

$$J=\sum_{j=1}^{k}\left(Q_0^j-Q_{2l}^j-2\sum_{i=1}^{m}a_i\rho Fl_i\right)^2+2\left(Q_0^j-Q_{2l}^j-2\sum_{i=1}^{m}a_i\rho Fl_i\right)\times$$
$$\times\left(\frac{2a_1c^2\rho^2F^3}{2a_1\rho Fl_1Q_0^j-Q_0^{j^2}}+\sum_{i=2}^{m-1}\frac{2a_2c^2\rho^2F^3}{2a_i\rho Fl_i\left(Q_0^j-2\sum_{i=1}^{m-1}a_i\rho Fl_i\right)-\left(Q_0^j-2\sum_{i=1}^{m-1}a_i\rho Fl_i\right)^2}\right)\mu. \qquad (13)$$

Далее, можно вычислить градиент функционала (13).

Асимптотическая формула для вычисления градиента функционала (12)

Для вычисления производной функционала (13) по a_i можно привести следующие соотношения.

Принимая обозначение

$$\left(\frac{pa_1}{Fl_1Q_l^ja_1-Q_l^{j^2}}+p\sum_{i=2}^{m}\frac{a_i}{fa_i\left(Q_l-f\sum_{j=1}^{i-1}a_jl_j\right)-\left(Q_l-f\sum_{j=1}^{i-1}a_jl_j\right)^2}\right)=N,$$

при $i=1$:

$$\frac{\partial J}{\partial a_1}=\sum_{j=1}^{k}2\left(q^k+f\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)fl_1+2fl_1N+2\left(q^k+f\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)$$

$$\left(z+p\sum_{i=2}^{m}\frac{a_i-fa_i^2(-fl_1)+2a_i\left(Q_l-f\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)fl_1}{M^2}\right)=A_1(a_1,a_2,...,a_m)+\mu B_1(a_1,a_2,...,a_m) \qquad (14а)$$

где

$$A_1(a_1,a_2,...,a_m)=\sum_{j=1}^{k}2\left(q^j+f\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)fl_1,$$

$$B_1(a_1,a_2,...,a_m)=2fl_1N+2\left(q^j+f\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)\left(z+p\sum_{i=2}^{m}\frac{a_i-fa_i^2(-fl_1)+2a_i\left(Q_l-f\sum_{j=1}^{i-1}a_jl_j\right)fl_1}{M^2}\right)$$

,

$$M=a_i-\rho F\left(Q_l-\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)-\left(Q_l-\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)^2,$$

$$q^j=Q_l^j-Q_{2l}^j,\ \ p=c^2\rho^2F^2,\ \ z=\frac{pa_1}{fl_1Q_l^ja_1-Q_l^{j^2}},\ f=\rho l;$$

при $i=m$

$$\frac{\partial J}{\partial a_m}=\sum_{j=1}^{k}\left[2\left(q^j+f\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)fl_m+2fl_mN+2\left(q^j+f\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)\times\right.$$

$$\left.\times p\sum_{i=2}^{m}\frac{N-(fa_i)'_{a_m}\left(Q_l-f\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)-fa_i\left(Q_l-f\sum_{j=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)'_{a_m}-2\left(Q_l-f\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)}{M^2}\right]= \qquad (14б)$$

$$=\sum_{j=1}^{k}\left[2\left(q^j+f\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)fl_m+\left(2fl_m\left(N+2\left(q^k+f\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)p\sum_{i=2}^{m}\frac{M-\left(Q_l-f\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)}{M^2}\right)\right)\mu\right]=$$

$$=A_m(a_1,a_2,...,a_m)+\mu B_{m1}(a_1,a_2,...,a_m)$$

где

$$A_m(a_1,a_2,...,a_m)=\sum_{j=1}^{k}2\left(q^j+f\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)fl_m$$

$$B_m(a_1,a_2,...,a_m)=\sum_{j=1}^{k}\left(2fl_m(N+2)q^j+f\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)p\sum_{i=2}^{m}\frac{M-f\left(Q_l-f\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)_1}{M^2};$$

при $i=\overline{2,m-1}$

$$\frac{\partial J}{\partial a_i}=\sum_{j=1}^{k}\Bigg\{2\left(Q_l^j-Q_{2l}^j+\rho F\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)\rho Fl_i+\Bigg[2\rho Fl_i\times$$

$$\times\left(\frac{2a_1c^2\rho^2F^3}{a_1\rho Fl_1Q_l^j-Q_l^{j^2}}+2c^2\rho^2F^3\sum_{i=2}^{m-1}\frac{2a_2c^2\rho^2F^3}{2a_i\rho Fl_i\left(Q_l-2\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)-\left(Q_l-2\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)^2}\right)\mu+$$

$$+2\left(Q_l^j-Q_{2l}^j+\rho F\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)2c^2\rho^2F^3\times$$

$$\times\sum_{i=2}^{m}\frac{2a_i\rho F\left(Q_l-\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)-\left(Q_l-\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)^2-a_i\left(\rho Fa_i\left(\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)\right)}{\left[a_i\rho F\left(Q_l-\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)-\left(Q_l-\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)^2\right]}\Bigg]\mu\Bigg\}= \qquad (14c)$$

$$=A_i(a_1,a_2,...,a_m)+B_i(a_1,a_2,...,a_m)\mu,$$

где

$$A_i(a_1,a_2,...,a_m)=\sum_{j=1}^{k}\left(2\left(Q_l^j-Q_{2l}^j+\rho F\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)\rho Fl_i\right),$$

$$B_i(a_1,a_2,...,a_m)=\sum_{j=1}^{k}2\rho Fl_i\left(\frac{2a_1c^2\rho^2F^3}{a_1\rho Fl_1Q_l^j-Q_l^{j^2}}+2c^2\rho^2F^3\sum_{i=2}^{m-1}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{2a_ic^2\rho^2F^3}{2a_i\rho Fl_i\left(Q_l-2\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)-\left(Q_l-2\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)^2}\right)+2\left(Q_l^j-Q_{2l}^j+\rho F\sum_{i=1}^{m}a_il_i\right)2c^2\rho^2F^3\times$$

$$\times\sum_{i=2}^{n}\left(\frac{a_i2\rho F\left(Q_l-2\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)-\left(Q_l-\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)^2-a_i\left(a_i\rho F\left(\rho F\left(\rho F\sum_{\nu=1}^{i-1}a_\nu l_\nu\right)\right)\right)}{a_1\rho Fl_1Q_l^j-Q_l^{j^2}}\right\}.$$

Для нахождения $a_i(i=1,2,...,m)$, приравнивая нулю выражения (14а), (14б) и (14с), имеем следующие нелинейные системы алгебраических уравнений

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha_i} = A_i(a_1, a_2, ..., a_m) + \mu B_i(a_1, a_2, ..., a_m) + 2\alpha \cdot a_i = 0,\ i = \overline{1, m}. \qquad (15)$$

Теперь из системы нелинейных алгебраических уравнений (15) решения a_i разыскиваем в следующем виде

$$a_i = a_i^0 + \varepsilon a_i^1 \qquad (16)$$

и последнее (16) подставим в (15).

Поскольку из (14), (15) $A_i(a_1, a_2, ..., a_m)$ является линейным относительно a_i, учитывая (16) в (15) для A_i имеем следующее представление с порядком $O(\mu)$

$$A_i(a_1, a_2, ..., a_m) = \sum_{j=1}^{k} \left\{ 2\left(Q_l^j - Q_{2l}^j - 2\sum_{i=1}^{m} a_i^0 \rho F l_i \right)\left(-2\rho F l_i\right) \right\} + 2\alpha a_i^1 -$$

$$-\left(2\sum_{j=1}^{k} a_i^1 \rho F l_i \left(+2\rho F l_i\right) + 2\alpha a_i^1 \right),\ \mu = A_i^0(a_1^0, a_2^0, ..., a_m^0) + A_i^1(a_1^1, a_2^1, ..., a_m^1), \qquad (17)$$

где

$$A_i^0(a_1^0, a_2^0, ..., a_m^0) = \sum_{j=1}^{k} \left(Q_l^j - Q_{2l}^j + \rho F \sum_{i=1}^{m} a_i^0 l_i \right) \rho F l_i + 2\alpha a_i^0$$

$$A_i^1(a_1^1, a_2^1, ..., a_m^1) = \sum_{j=1}^{k} \left(a_i^1 \rho^2 F^2 l_i^2 \right) + 2\alpha a_i^1. \qquad (17a)$$

Теперь, учитывая (16), (17) в (15) в первом приближении относительно малого параметра μ, имеем следующие системы линейных алгебраических уравнений относительно a_i

$$A_i^0(a_1^0, a_2^0, ..., a_m^0) + (A_i^1(a_1^1, a_2^1, ..., a_m^1) + B_i^0(a_1^0, a_2^0, ..., a_m^0))\mu = 0, \qquad (18)$$

Поскольку уравнение (17) должны удовлетворяться для любых μ, то из (18) имеем

$$\begin{aligned} &A_i^0(a_1^0, a_2^0, ..., a_m^0) = 0 \\ &A_i^1(a_1^1, a_2^1, ..., a_m^1) + B_i^0(a_1^0, a_2^0, ..., a_m^0) = 0,\ i = \overline{1, m}. \end{aligned} \qquad (19)$$

Сначала из первой системы уравнений (19) находим $a_1^0, a_2^0, ..., a_m^0$. Подставляя эти значения во второе уравнение (19), можно найти значения $a_1^1, a_2^1, ..., a_m^1$.

Отметим, что первое уравнения из (19) линейно зависят от $a_1^0, a_2^0, ..., a_m^0$. Поэтому, для нахождения a_i^0 из первого уравнения (19) имеем следующее системы линейных алгебраических уравнении

$$\begin{bmatrix} \left(\rho F l_1+\dfrac{\alpha}{m\rho F l_1}\right) & \rho F l_2 \;\ldots\; \rho F l_m \\ \rho F l_1 & \rho F l_2+\dfrac{\alpha}{m\rho F l_1}\ldots\rho F l_m \\ \rho F l_1 & \rho F l_2\ldots\left(\rho F l_m+\dfrac{\alpha}{m\rho F l_m}\right) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_1^0\\ a_2^0\\ .\\ .\\ .\\ a_m^0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\dfrac{1}{m}\sum\limits_{j=1}^{k}\left(Q_l^j-Q_{2l}^j\right)\\ -\dfrac{1}{m}\sum\limits_{j=1}^{k}\left(Q_l^j-Q_{2l}^j\right)\\ -\dfrac{1}{m}\sum\limits_{j=1}^{k}\left(Q_l^j-Q_{2l}^j\right)\end{bmatrix}. \tag{20}$$

Решив линейное алгебраическое уравнение (20) относительно a_i^0, определим a_i в нулевом приближении.

Теперь остановимся на вычислении a_i^1. Из второго уравнения (19) и (17а) легко покажем, что для определения a_i^1 имеются следующие системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{bmatrix} \left(\rho^2F^2l_1^2+2\alpha\right) & \rho^2F^2l_1^2\;\ldots\;\rho^2F^2l_m^2 \\ \rho^2F^2l_1^2 & \rho^2F^2l_2^2+2\alpha\ldots\rho^2F^2l_m^2 \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \\ \rho^2F^2l_1^2 & \rho^2F^2l_2^2\ldots\rho^2F^2l_m^2+2\alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_1^1\\ a_2^1\\ .\\ .\\ .\\ a_m^1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -B_1^0(a_1^0,\ldots,a_m^0)\\ -B_2^0(a_1^0,\ldots,a_m^0)\\ .\\ .\\ .\\ -B_m^0(a_1^0,\ldots,a_m^0)\end{bmatrix} \tag{21}$$

где выражение $B_i^0(a_1^0,a_2^0,\ldots,a_m^0)$ определяется из второго уравнения (19) и (14) в следующем виде

$$B_i^0(a_1^0,a_2^0,\ldots,a_m^0)=\sum_{j=1}^{k}\left\{2\rho F l_i\left(\frac{2a_i^0c^2\rho^2F^3}{a_i^0\rho F l_1 Q_l^j-Q_l^{j^2}}+2c^2\rho^2F^3\sum_{i=2}^{m}\times\right.\right.$$

$$\left.\times\frac{2a_i^0c^2\rho^2F^3}{2a_i^0\rho F l_i\left(Q_l-2\rho F\sum\limits_{\nu=1}^{i-1}a_\nu^0 l_\nu\right)-\left(Q_l-2\rho F\sum\limits_{\nu=1}^{i-1}a_\nu^0 l_\nu\right)^2}\right)+2\left(Q_l^j-Q_{2l}^j+\rho F\sum_{i=1}^{m}a_i^0 l_i\right)2c^2\rho^2F^3\times$$

(22)

$$\left.\times\sum_{i=2}^{n}\frac{a_i^0 2\rho F\left(Q_l-\rho F\sum\limits_{\nu=1}^{i-1}a_\nu^0 l_\nu\right)-\left(Q_l-\rho F\sum\limits_{\nu=1}^{i-1}a_\nu^0 l_\nu\right)^2-a_i^0\left(a_i^0\rho^3F^3\sum\limits_{\nu=1}^{i-1}a_\nu^0 l_\nu\right)}{a_i^0\rho F\left(Q_l-\rho F\sum\limits_{\nu=1}^{i-1}a_\nu^0 l_\nu\right)-\left(Q_l-\rho F\sum\limits_{\nu=1}^{i-1}a_\nu^0 l_\nu\right)^2}\right\}.$$

Таким образом, решив уравнение (20) относительно $a_i^0\,(i=\overline{1,m})$, подставив ее в правую часть уравнения (21) , находим $a_i^1\,(i=\overline{1,m})$. Далее, из (16) вычисляем $\tilde{a}_i$ в первом приближении относительно малого параметра μ в следующем виде

$$\tilde{a}_i = a_i^0 + \mu a_i^1 . \tag{23}$$

Поскольку $\tilde{a}_i$ уже найдены из (23) для вычисления КГС λ_i получим формулы

$$\lambda_i = \frac{2a_i D}{\omega} - \frac{2gD}{\omega^2} \tag{24}$$

Сейчас предположим, что $[0,l]$ разделены на две части, т.е. $m=2$.Иллюстрируем результаты на конкретном примере из [2].

Случай $m=2$

Как в [2,3,17] разделим подъемник на две части. Тогда (20) переходит к виду

$$\begin{bmatrix} \rho F l_1 + \dfrac{\alpha}{m\rho F l_1} & \rho F l_2 \\ \rho F l_1 & \rho F l_2 + \dfrac{\alpha}{2n\rho F l_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^0 \\ a_2^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{m}\sum\limits_{j=1}^{k}\left(Q_l^j - Q_{2l}^j\right) \\ \dfrac{1}{m}\sum\limits_{j=1}^{k}\left(Q_l^j - Q_{2l}^j\right) \end{bmatrix}. \tag{25}$$

При любых $\alpha > 0$, решив системы (25) для нулевых приближений a_1^0, a_2^0, получим

$$a_1^0 = \frac{\dfrac{1}{m}\sum\limits_{j=1}^{k}\left(Q_l^j - Q_{2l}^j\right)}{\dfrac{\rho^2F^2l_1^2}{\rho F l_1} + \rho F l_1 + \dfrac{\alpha}{m\rho F l_1}} = \frac{\dfrac{1}{m}\sum\limits_{j=1}^{k}\left(Q_l^j - Q_{2l}^j\right)}{\dfrac{m\rho^2F^2(l_1^2+l_1^2)+\alpha}{\rho F l_1} + \rho F l_1 + \dfrac{\alpha}{m\rho F l_1}}$$

$$a_2^0 = \frac{1}{b_2}\sum_{j=1}^{k}\left(Q_l^j - Q_{2l}^j\right) - \left(\rho F l_1 + \frac{\alpha}{m\rho F l_1} a_1^0\right) \tag{26}$$

Теперь легко можем из (21) найти, что a_1^1и a_2^1 удовлетворяют следующей системе алгебраических уравнений

$$\begin{bmatrix} (\rho^2F^2l_1^2 + 2\alpha) & \rho^2F^2l_2^2 \\ \rho^2F^2l_1^2 & \rho^2F^2l_2^2 + 2\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^1 \\ a_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_2^0 \\ -B_2^0 \end{bmatrix}$$

и они из (23) определяются в следующем виде

$$a_1^1 = \left[2\alpha + \frac{2\alpha(\rho^2F^2l_1^2 + 2\alpha)}{\rho^2F^2l_2^2}\right]$$

$$a_2^1 = \frac{1}{\rho^2 F^2 l_2^2}(B_2^0 + (\rho^2 F^2 l_1^2 + 2\alpha) a_1^1)$$

Нахождение a_1, a_2 в первом приближении, как решения уравнений (21), (23), определяется в следующем виде:

$$\tilde{a}_1 = a_1^0 + \mu a_1^1,\ \tilde{a}_2 = a_2^0 + \mu a_2^1 \qquad (27)$$

где КГС λ определяется как из (24).

При разных значениях α для $\lambda_1(\alpha),\ \lambda_2(\alpha)$ получим следующую таблицу

α	10^{-2}	10^{-4}	10^{-6}	10^{-8}
$\lambda_1(\alpha)$	0.3103422416424929	0.3103425063676230	0.3103725362468477	0.31034333320957
$\lambda_2(\alpha)$	0.3102907849265620	0.3064661749702340	0.1263562957342269	0.09170523594627

где при достаточно малом значении α из таблицы видно, что результаты совпадают с точностью 10^{-2} с результатами [2].

3. Заключение

Приводится асимптотический метод определения КГС на разных участках подъемника в газлифтном процессе, где в отличие от известных, такой подход позволяет получить аналитические выражения. На конкретном примере показывается, что численные результаты совпадают с известными достаточно точно.

Отметим что найденные решения может быть хорошим начальным приближением для нахождение решение нелинейной задачи идентификации с итерационной схемой.

Литература

1. Aliev F.A., Ismailov N. A., Mukhtarova N.A., Algorithm to Determine the Optimal Solution of a Boundary Control Problem, Automation and Remote Control, Vol.76, No.4, 2015, pp.627–633.
2. Aliev F.A., Ismailov N.A., Haciyev H., Guliev M.F., A Method of Determine the Coefficient of Hydraulic Resistance in Different Areas of Pump-Compressor Pipes, TWMS J. Pure and Appl. Math., Vol.7, No.2, 2016, pp. 211-217.

3. Aliev F.A., Ismailov N.A., İnverse problem to determine the hydroulic resistance coeffficient in the gaslift process, Appl. Comput. Math., Vol.12, No.3, 2013, pp.306-313
4. Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Rajabov M.F., Algorithm for calculating the parameters of formation of gas-liquid mixture in the shoe of gas lift well, Applied and Computational Mathematics, Vol.15, No.3, 2016, pp.370-376.
5. Aliev F.A., Mutallimov M.M., Askerov I.M., Raguimov I.S., Asymptotic method of solution of optimal gas-lift process modes, Mathematical Problems in Engineering, Vol.2010, Article ID 191053, 10 p.
6. Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Asymptotic method for finding the coefficient of hydraulic resistance in lifting of fluid on tubing, Journal of Inverse and İLL-Posed Problems, Vol.5, 2015, pp.511 -518.
7. Altshul D.M., Hidraulic resistance, Moscow: Nedra, 1970, 216p.
8. John C. Davis, Statistics and Data Analysis in Geoloji 656 pp, New York, 2002.
9. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Джамалбеков М.А., Моделирование работы газлифтной скважины, Доклады НАНА, № 4, 2008, с.107-116.
10. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Нуриев Н.Б. Задачи моделирования и оптимальной стабилизации газлифтного процесса, Прикладная Механика, т.46, № 6, 2010, сс.113-122.
11. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Задачи оптимизации с периодическит краевым условием и граничным управлением в газлифтных скважинах, ISSN 1562-3076. Нелінійні коливання, т.17, №2, 2014, с.151-160.
12. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Гасымов Ю.С., Намазов А.А., Об одной задаче идентификации по определению параметров динамических систем, Proceedings of IAM, Vol.3, No.2, (2014), pp.139-151.
13. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Об одной задаче идентификации в линейном стационарном случае, Доклады НАН Азербайджана, т.46, №6, 2010, с.6-14.
14. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Об одном методе линеаризации для нелинейных систем, Мехатроника Автоматизазия, Управление, т.135, №6, 2012, с.2-6.
15. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Намазов А.А., Раджабов М.Ф., Асимптотический метод решения задачи идентификации для нелинейных динамических систем, Proceedings of IAM, Vol.5, No.1, 2016, pp. 84-97
16. Андреев Ю.Н., Управление конечномерными линейными объектами, М.: Наука, 1976, 424с.
17. Исмаилов Н.А., Метод определения коэффициента гидравлического сопротивления на разных участках насосно-компрессорных труб, Proceedings of IAM, Vol.5, No.1, 2016, pp.133-141.

18. Мирзаджанзаде А.Х., Аметов И.М., Хасаев А.М., Гусев В.И., Технология и техника добычи нефти, М.:Недра, 1986, 383 с.

Neft hasilatında borunun müxtəlif hissələrində hidravlik müqavimət əmsalının təyini üçün asimptotik üsul

Əliyev F.A., İsmayılov N.A., Namazov A.A., Məhərrəmov İ.Ə.

XÜLASƏ

İşdə qazliftin müstəvi riyazi modeli (zamana görə ortalaşmış) nəzərdən keçirilir. Birinci iterasiyada kiçik parametrin köməyi ilə (kiçik parametr quyunun dərinliyini tərs qiyməti kimi qəbul edilir) qaldırıcının sonunda qaz-maye qarışığı üçün analitik ifadə qurulur və fərz edilir ki, qaldırıcının müxtəlif hissələrində hidravlik müqavimət əmsalı müxtəlif qiymətlərə malikdir.

Statistik verilənlərin əsasında qaldırıcıcnın hər bir hissəsində hidravlik müqavimət əmsalı üçün asimptotik düsturlar verilir. Qaldırıcı borunun uzunluğu iki müxtəlif hissəyə bölünərək nəticələr misal üzərində illüstrasiya edilir. Göstərilir ki, alınmış nəticələr məlum nəticələr ilə 10^{-1} dəqiqliyi ilə üst-üstə düşür.

Açar sözlər: qaz-lift, borunun uzunluğu, ən kiçik kvadratlar üsulu, hidravlik müqavimət əmsalı, kiçik parametr, asimptotik üsul.

Asymptotic method for defining the coefficient of hydraulic resistance on the different parts of the tubing in the oil extraction

Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Maharramov I.A.

ABSTRACT

In the paper a plane mathematical model of gas-lift (averaged over time) is considered. By means of a small parameter (a small parameter is accepted as an inverse of the depth of the well) in the first approximation an analytical expression is constructed at the end of the lift for the gas-liquid mixture, i.e. for debit, where it is assumed that the coefficient of hydraulic resistance has different values on the different parts of the lift.

On the basis of the statistical data taken from the well history the asymptotic formulas for computing the coefficient of hydraulic resistance on each part of the lift are given. The results are illustrated on the example, where the length of the lift is divided to two different parts. The obtained results coincide with the known ones with an accuracy of 10^{-1}.

Keywords: gas-lift, the length of the lift, the least square method, the coefficient of hydraulic resistance, small parameter, asymptotic method.